

České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

# Fraktální množiny

DOKUMENTACE

Vypracoval: Jakub Loucký  
Zaměření: Matematické modelování  
Rok: 2010/2011

## 1 Zadání

Program zobrazuje mapy dvou fraktálních množin, které jsou vzájemně úzce svázány – Mandelbrotovy a Juliovy množiny.

Obě množiny jsou mapami dynamického systému určeného komplexní funkcí  $f(z) = z^2 + c$ . Zkoumá se konvergence, resp. divergence posloupnosti definované vztahem  $z_{k+1} = z_k^2 + c$ .

V případě Juliovy množiny je každý zobrazovaný bod reprezentován jako počáteční hodnota  $z_0$  generující komplexní posloupnost podle uvedeného předpisu. Příslušnost tohoto bodu do množiny je dána vlastnostmi zkoumané posloupnosti. Různým konstantám  $c$  odpovídají různé Juliovy množiny, je jich tedy nekonečně mnoho.

Naopak v případě Mandelbrotovy množiny se volí počáteční hodnota posloupnosti  $z_0 = 0$ , každý zobrazovaný bod je pak reprezentován jako hodnota  $c$  v definičním vztahu posloupnosti. Takto definovaná Mandelbrotova množina je jediná.

Zajímavý je vztah Mandelbrotovy a Juliovy množiny: Mandelbrotova množina je mapou všech Juliovy množin. Navíc Juliova množina s danou konstantou  $c$  se velmi podobá blízkému okolí tohoto bodu  $c$  v Mandelbrotové množině.

## 2 Řešení

Konvergenci dané posloupnosti ve většině případů nelze vyšetřit analyticky. Používá se proto pouze iterativní přiblížení využívající jednoduše dokazatelná tvrzení:

- Pokud  $|c| > 2$ , pak  $\forall z_0$  posloupnost diverguje.
- Pokud  $|z_k| > 2$ , pak  $\forall c, |c| < 2$  posloupnost diverguje.

Pokud se tedy pevně daný počet prvků ze začátku posloupnosti nevzdálí od počátku dále než na 2 jednotky, posloupnost je považována za konvergentní.

## 3 Instalace

Program je napsán v jazyce C++ s použitím grafické knihovny **OpenGL** a její nadstavby **Freeglut**. Využívá paralelizační knihovnu **OpenMP**. Je navržen nezávisle na platformě a otestován na systémech Windows a Linux.

- Zdrojový kód se nachází v souboru `main.cpp` a je možné jej snadno přeložit pomocí nástroje `make`. Překlad je možný i v *MS Visual Studio*, je ale potřeba zapnout podporu OpenMP přepínačem kompilátoru `/openmp`.
- Program ke svému překladu i spuštění vyžaduje přítomnost knihovny `Freeglut`. Pro systém Windows jsou potřebné soubory `freeglut.lib` a `freeglut.dll` přibaleny.
- Hlavičkový soubor `dirent.h` zajišťuje přeložitelnost kódu v prostředí *MS Visual Studio*.

## 4 Používání programu

Hlavní okno programu je rozděleno na dvě hlavní části. Levá část zobrazuje Mandelbrotovu množinu, na pravé je zobrazena Juliova množina. Červený křížek na Mandelbrotově množině označuje bod, který byl použit jako konstanta  $c$  v definičním vztahu Juliovy množiny.

Základní ovládání je realizováno pomocí myši: tažením se stisknutým levým tlačítkem myši lze posouvat zobrazovanou oblast a kolečkem lze přibližovat či oddalovat oblast kolem aktuální pozice kurzoru myši. Nad oblastí zobrazující Mandelbrotovu množinu je možné pravým tlačítkem myši za  $c$  zvolit libovolný jiný bod nebo jej plynule posouvat.

Alternativně místo kolečka myši je možné použít klávesy [,] a [.]. Další možnosti ovládání klávesnicí zobrazíte stiskem klávesy F1.

## Reference

- [1] TIŠNOVSKÝ, Pavel. *Fraktály v počítačové grafice* [online]. 26.10.2005 [cit. 2011-05-12].  
URL <<http://www.root.cz/serialy/fraktaly-v-pocitacove-grafice/>>
- [2] TIŠNOVSKÝ, Pavel. *Tvorba přenositelných grafických aplikací využívajících knihovnu GLUT* [online]. 29.4.2003 [cit. 2011-05-12]. URL <<http://www.root.cz/serialy/tvorba-prenositelnych-grafickych-aplikaci-vyuzivajicich-knihovnu-glut/>>